

Уважаемый коллега!

Вы принимаете участие в апробации инструментария для изучения профессиональных компетенций учителей математики.

Вам предлагается выполнить 14 заданий, связанных с различными аспектами педагогической деятельности учителя. Цель данной работы – выявление характерных затруднений, с которыми сталкиваются учителя математики в своей профессиональной деятельности.

Каждое из заданий 1–6 предполагает краткий ответ в виде числа, или нескольких чисел, или последовательности цифр, которые надо записать в отведенном для этого месте.

Каждое из заданий 7–14 требует развернутого ответа, записанного в работе в соответствующем поле.

***Желаем успеха!***

**Выполните каждое из заданий 1–6 и запишите ответ.**

**1** Решите уравнение  $(3x-1)^2 = (x+5)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

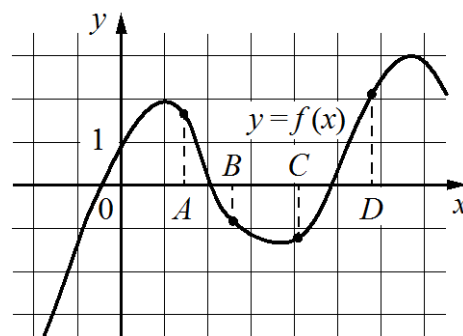
**2** Для транспортировки 42 т груза на 1200 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей каждого перевозчика указаны в таблице.

| Перевозчик | Стоимость перевозки одним автомобилем<br>(руб. на 100 км) | Грузоподъемность одного автомобиля (т) |
|------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| А          | 3100                                                      | 4                                      |
| Б          | 4000                                                      | 5,5                                    |
| В          | 7600                                                      | 10                                     |

Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки А, В, С и D на оси Ох. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и ее производной.



ТОЧКИ

А  
В  
С  
D

ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ И ПРОИЗВОДНОЙ

- 1) значение функции в точке отрицательно и значение производной функции в точке отрицательно
- 2) значение функции в точке положительно и значение производной функции в точке положительно
- 3) значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно
- 4) значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно

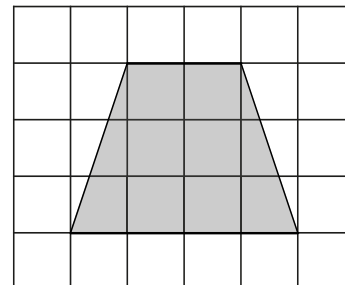
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

| А | В | С | D |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |

4

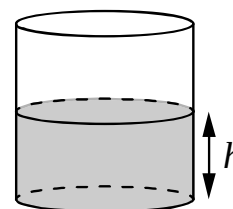
На рисунке изображен план местности, разбитый на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h = 60$  см (см. рисунок). На каком уровне окажется вода, если ее перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 12 прыжков, начиная прыгать из начала координат?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В заданиях 7–9 запишите решение и ответ.**

**7**

Решите уравнение  $3^{\cos^2 x} + 3^{\sin^2 x} = 2\sqrt{3}$ .

Решение:

Ответ:

- 8** Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $30^\circ$  и  $120^\circ$ , а  $CD = 25$ .

Решение:

Ответ:

**В задании 9 запишите решение и ответ, воспользовавшись при необходимости примером решения похожей задачи (дан на отдельном листе).**

**9** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 2x - y - 2)\sqrt{x+3}}{\sqrt{5-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение:

Ответ:

*В заданиях 10–13 запишите развернутый ответ, суждение, мнение.*

**10** Выскажите свое мнение по одному из предложенных вопросов.

**10.1** Вы проводите урок по теме «Корни квадратного уравнения». Опишите две типичные ошибки, которые школьники допускают при вычислении корней по формуле. Кратко опишите один-два метода для развития навыков самопроверки при решении квадратных уравнений.

**10.2** В большинстве учебников алгебры тема «Степень с действительным показателем» изучается прежде темы «Логарифм числа». Приведите две причины, почему изучение этих тем дается именно в таком порядке. Кратко опишите последовательность действий, позволяющих ввести понятие логарифма до введения понятия степени с действительным показателем.

**№ вопроса**

|  |
|--|
|  |
|--|

|           |                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>11</b> | Представьте, что в классе, где Вы преподаете, есть слабослышащий ученик. Предложите методические приемы, которые необходимо применять педагогу на занятии, учитывая низкий темп переключения внимания ребенка с нарушенным слухом. |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

[illegible]

Ответ:

[illegible]



В задании 14 расставьте пометки в тексте решения и запишите комментарий.

14

Ниже приведено решение неравенства  $\log_{x-1}(9-12x+4x^2) \leq 2$ .

Кратко прокомментируйте решение. В своем комментарии укажите ошибки, описки и неточности, если они есть.

Решите неравенство:

$$\log_{x-1}(9-12x+4x^2) \leq 2$$

Решение:

$$\log_{x-1}(3-2x)^2 \leq 2$$

$$2 \log_{x-1}(3-2x) \leq 2 \quad \text{и} \quad 3-2x > 0$$

$$\log_{x-1}(3-2x) \leq 1 \quad \text{и} \quad 3-2x > 0$$

1. Если  $x-1 > 0$  и  $x-1 < 1$ , то

$$3-2x \geq x-1$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \\ 3x \leq 4 \end{cases} \quad 1 < x \leq \frac{4}{3}$$

2. Если  $x-1 > 1$ , то

$$0 < 3-2x \leq x-1$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x \leq \frac{3}{2} \\ 3x \geq 4 \end{cases} \quad \text{Данная система не имеет решений}$$

Ответ:  $(1; \frac{4}{3}]$

## Пример к заданию 9

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Решение.**

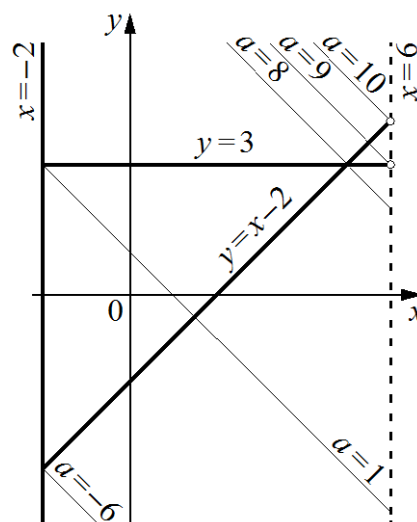
Запишем первое уравнение в виде

$$\frac{(y-3)(y+2-x)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0.$$

При  $x < -2$  и  $x \geq 6$  левая часть не имеет смысла.

При  $-2 \leq x < 6$  уравнение задает прямые  $y = 3$ ,  $y = x - 2$ ,  $x = -2$  (см. рисунок).

При каждом значении  $a$  уравнение  $x + y - a = 0$  задает прямую, параллельную прямой  $x + y = 0$  или совпадающую с ней. При  $-2 \leq x < 6$  такая прямая пересекает прямую  $y = 3$  при  $1 \leq a < 9$ , пересекает прямую  $y = x - 2$  при  $-6 \leq a < 10$ , пересекает прямую  $x = -2$  при любом значении  $a$ . При этом прямые  $x + y - a = 0$  проходят через точки пересечения прямых  $x = -2$ ,  $y = 3$  и  $y = x - 2$  при  $a = -6$ ,  $a = 1$  и  $a = 8$ .



Количество решений исходной системы равно количеству точек пересечения прямых  $y = 3$ ,  $y = x - 2$ ,  $x = -2$  с прямой  $x + y - a = 0$  при условии  $-2 \leq x < 6$ . Таким образом, исходная система имеет ровно два решения при  $-6 < a \leq 1$ ;  $a = 8$ ;  $9 \leq a < 10$ .

Ответ:  $-6 < a \leq 1$ ;  $a = 8$ ;  $9 \leq a < 10$ .